

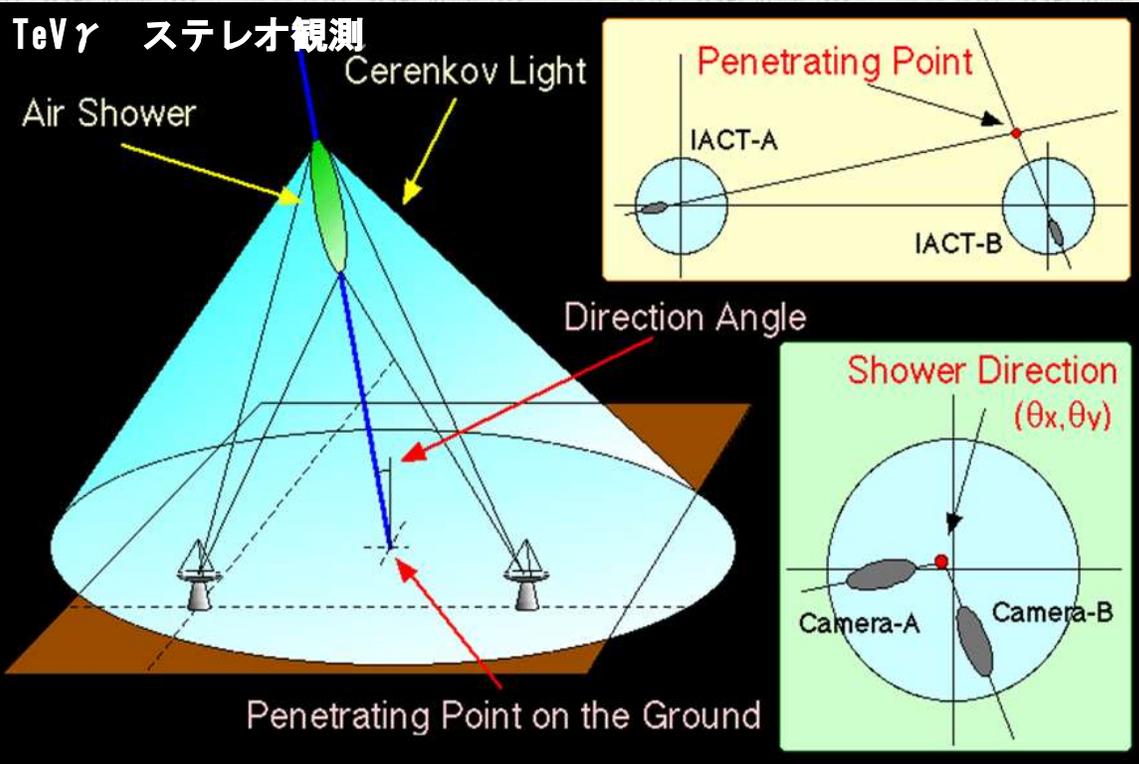
MeVガンマ線全単射撮像法の確立とMeVガンマ線天文学への意義

講演番号 18pW2-1

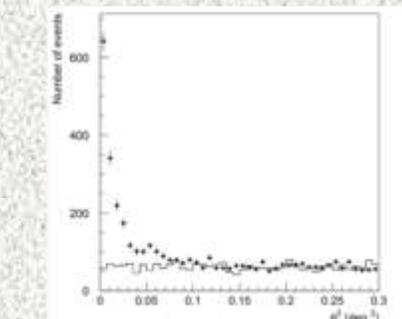
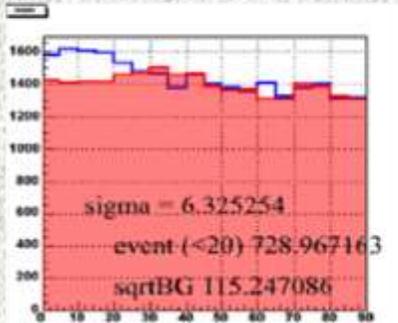
ETCC開発のモチベーション (2000)

- TeV ; ステレオ観測で飛躍的發展
 - X線 : 望遠鏡の導入 (Einstein)
 - GeV : γ 線方向決定で数百天体(EGRET)
- 天文学では完全な光学系 (全単射) が必須

MeV : コンプトン法 (CC) γ 線方向決定の2角の1つのみ測定、相当の問題があるはずだが議論が無い??
2020年代、CCが提案され50年経過するがほとんど進展しない理由は??



1台の観測、1方向のみ 2台の観測、2方向決定 (全単射)

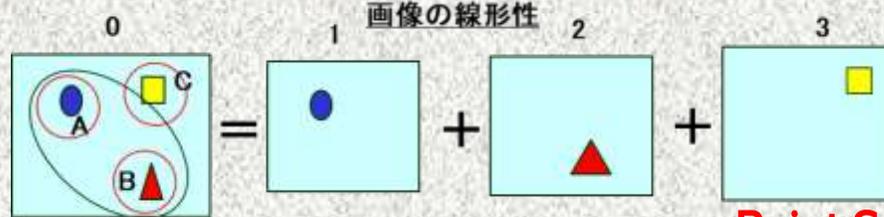
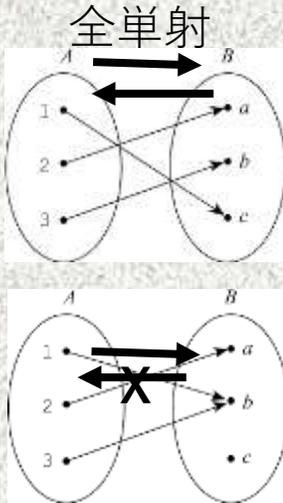
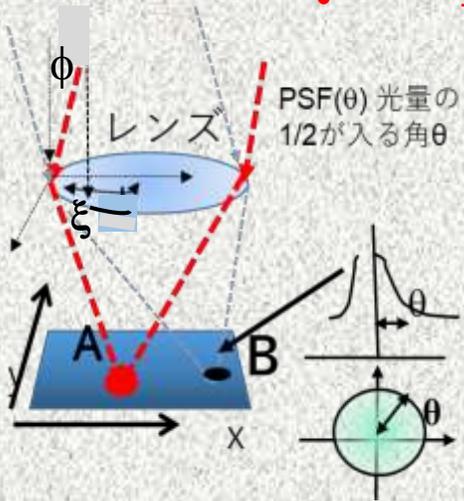


2024年日本物理学会春季大会 宇宙線・宇宙物理領域

谷森達 京都大学複合原子力科学研究所
池田智法、高田淳史 京都大学大学院理学研究科

ガンマ線の定量2次元画像解析（全単射）の実現

- 定量的画像 => 線形性画像が必須！ => 画像の定量性を担保。
- 光学イメージング = 入射方向角度 ϕ, ξ を画像座標 (x, y) への**全単射**。
- => **画像内の線形性を保証：逆写像により取得データから元の画像が解析的に解ける。**



Brightness of $X = B(X)$

$\odot B_0(X) = B_1(X)$
 $\circ B_0(A+B) = B_1(A) + B_2(B)$

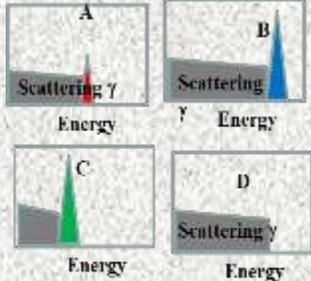
Point Spread Function (PSF)

2光源の線形性が担保される最小角度
逆問題が解ける最小角度)

50% : HPR 又は 68% : 1σ 半径

線形画像

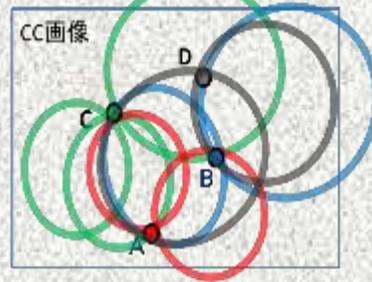
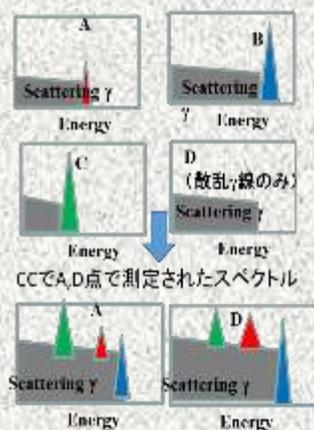
ETCC



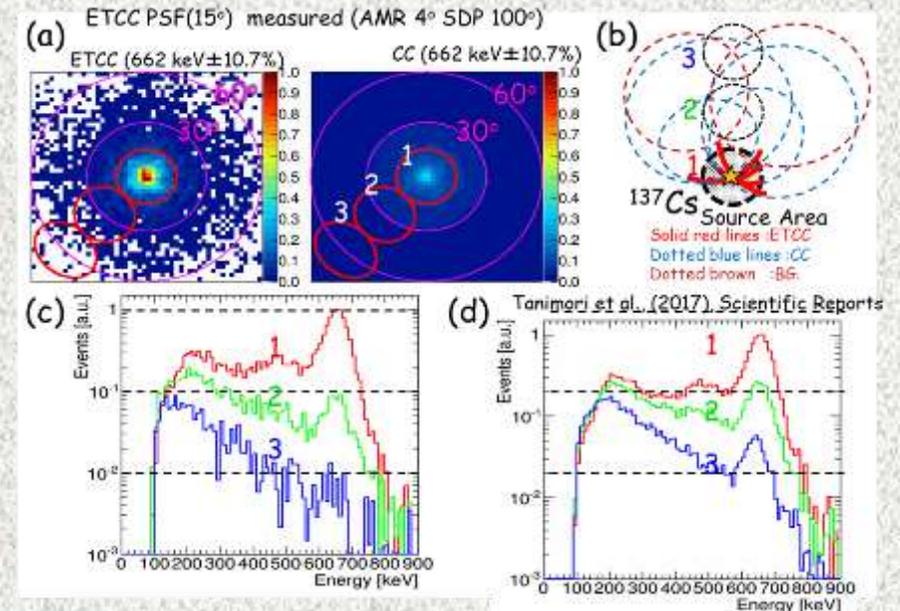
ETCCで各線源対応するガンマ線がその点に集光するので各点毎に異なる正しいエネルギースペクトルが測定できる。
=> 正確なガンマ線カラー画像が撮像できる。

非線形画像 Compton Camera:CC

各点のスペクトル



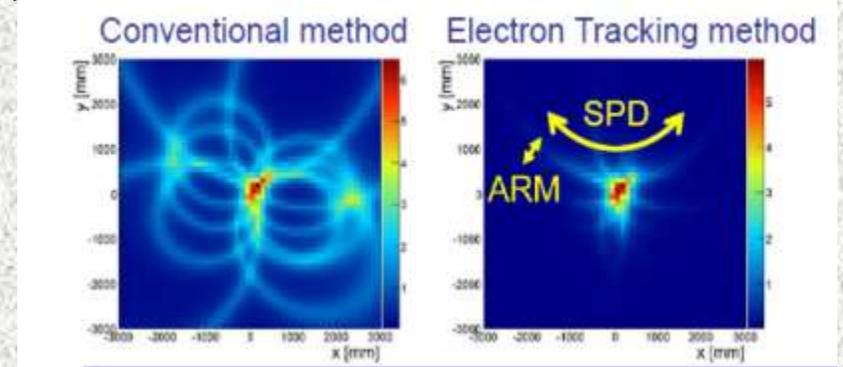
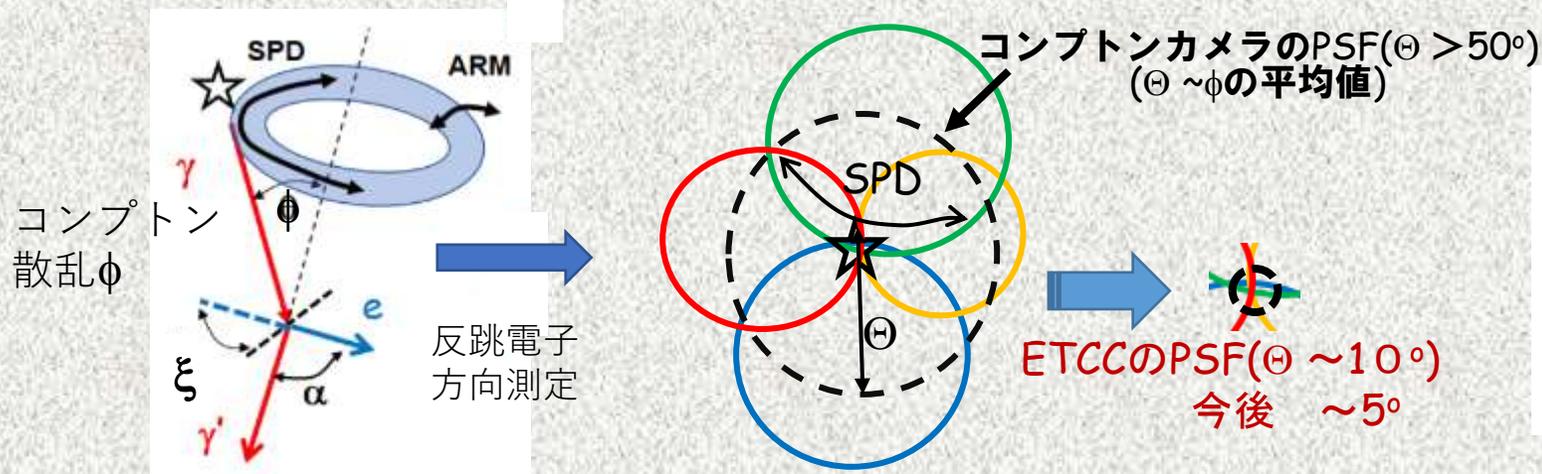
すべての線源が混じってしまい、線源がない無いD点でもピークがあらわれ、線源があるように見える。
=> 定量性の喪失!



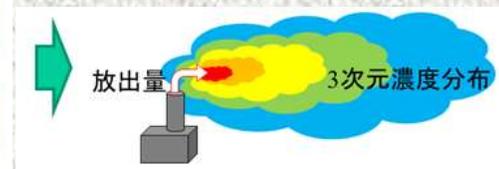
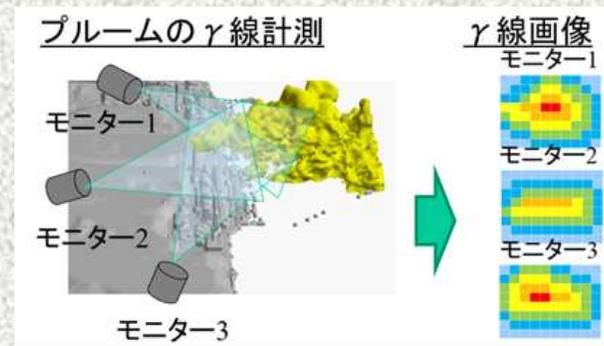
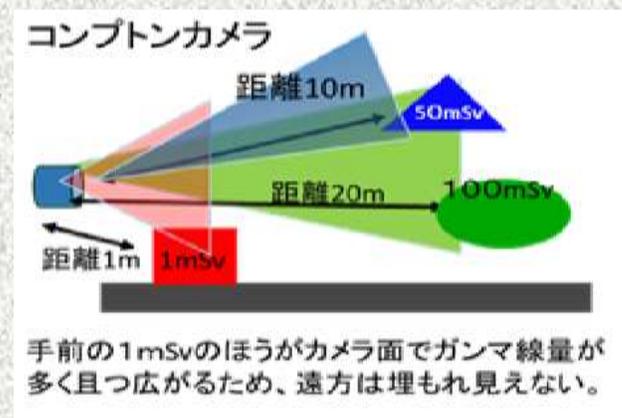
ETCCは線形撮像、CCは非線形撮像 原理的に別物である。

γ線オンライン定量 3次元線量解析の実現

ETCC (Electron Tracking Compton Camera) 電子飛跡検出型コンプトンカメラ
 コンプトン反跳電子をすべて3次元測定 => 核ガンマ線で世界で初めて全単射画像を実現!



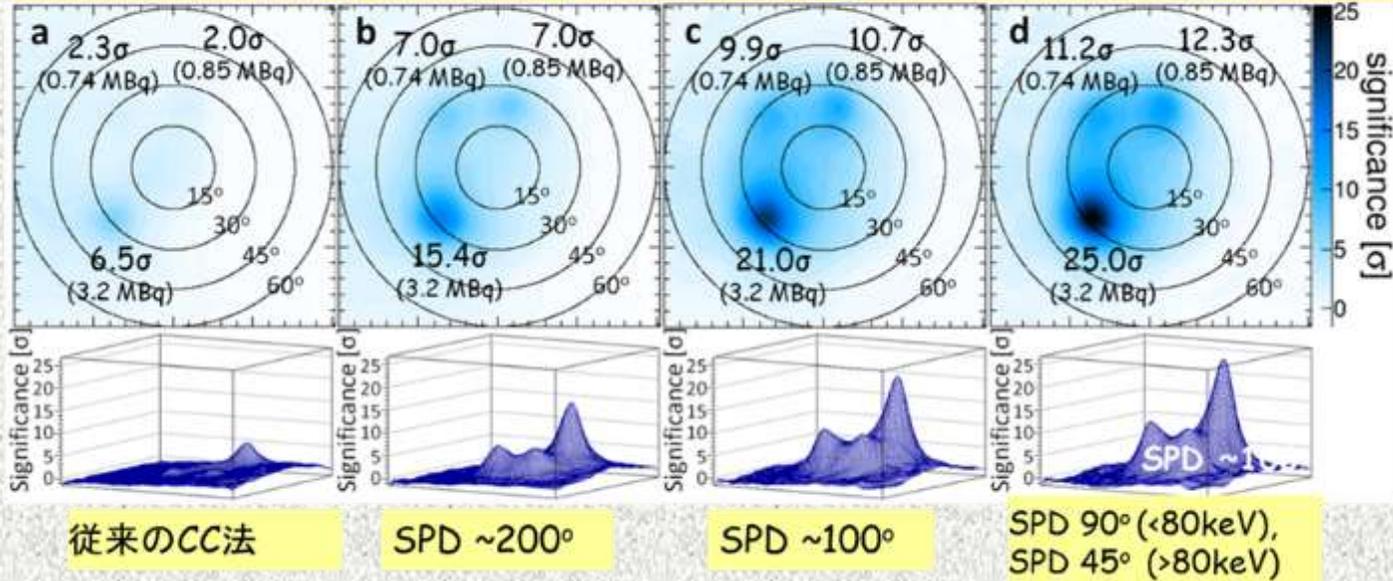
ETCCは逆写像が可能な**全単射画像**を取得 => 光学カメラ同様 ステレオ法で最低2方向撮像で3次元画像 (JAEA)



3次元ガンマ線分布 + 拡散モデル (SPEEDI) => 信頼性の高い放射能拡散予想システムを実現

全単射の実現、大幅な感度向上とPSF！

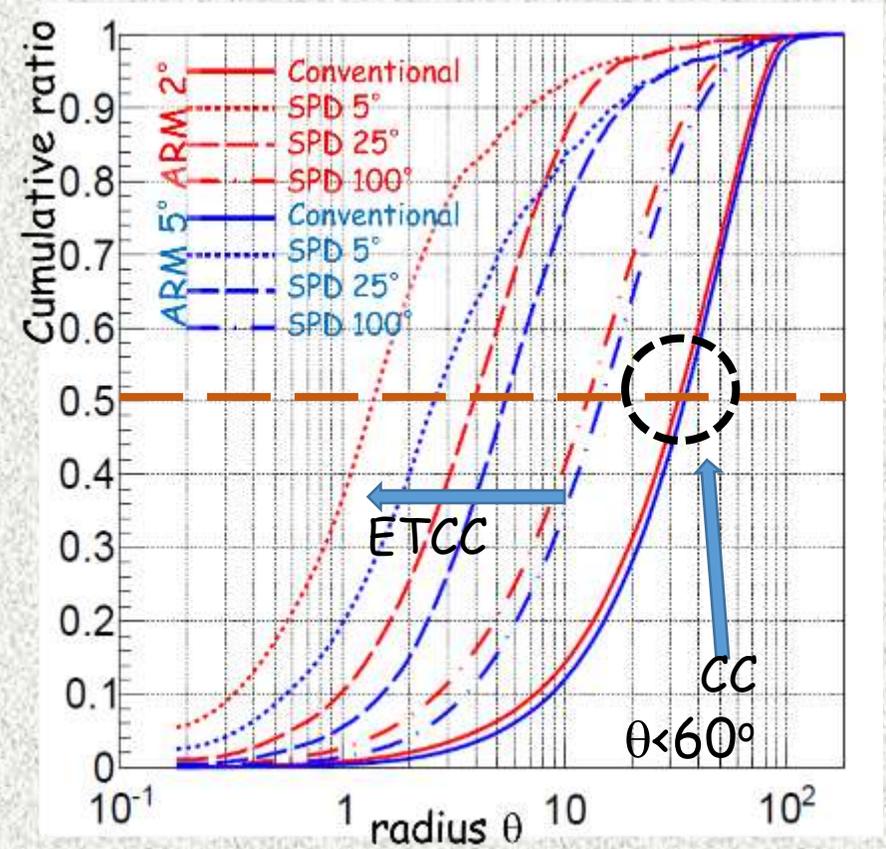
3つの¹³⁷Cs線源(662keV)の検出有意度マップとSPDの関係



PSF(θ) θ : Half Power Radius

従来型 CC PSF(35°)
 SPD 50° ARM 5° PSF(7°)
 SPD 25° ARM 5° PSF(5°)
 SPD 5° ARM 2° PSF(1.2°)

当然だがARM, SPDが同等 in PSF
 PSF: 10度以下、**ガスのみ可能**



SPD \gg ARMのとき
 PSFにはARMの改善は効果が小さい。
PSFとARMは全くの別物

Significanceをどう求める？

一般的には

$$S/N \propto \frac{A_{eff} \cdot N_s}{\sqrt{T \cdot A_{eff} (N_s + \vartheta^2 \cdot N_b)}}$$

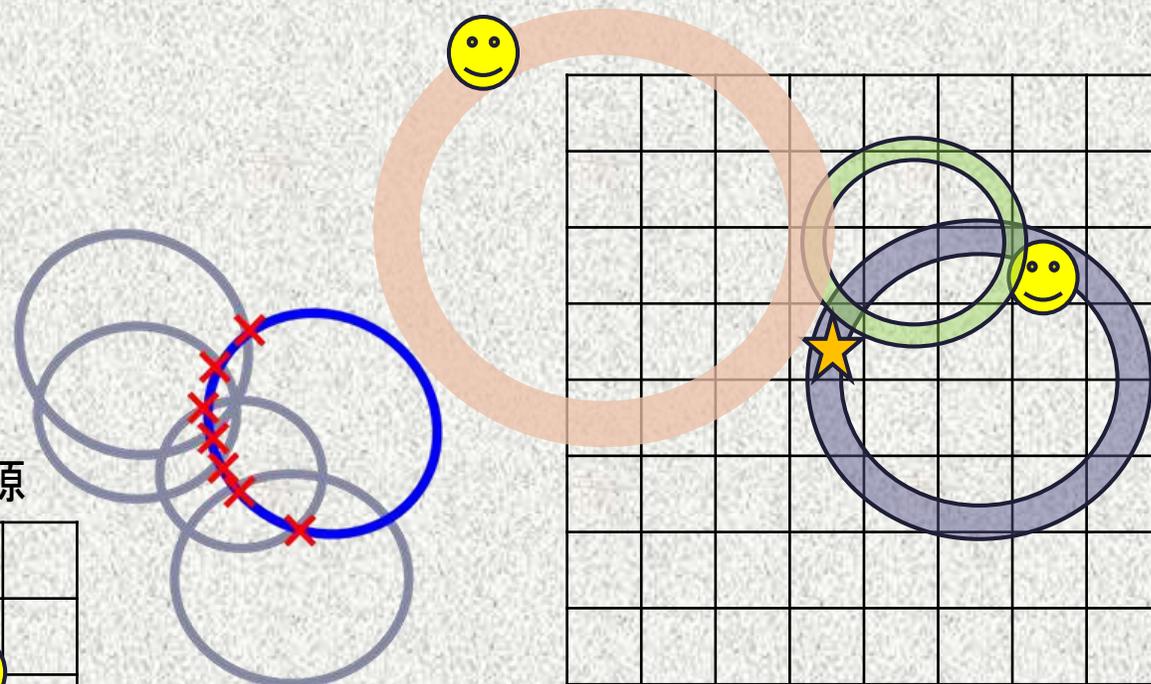
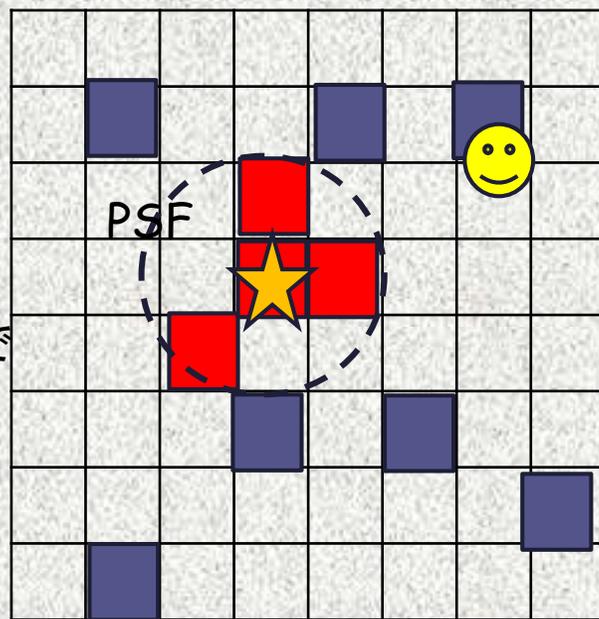
N_s : 信号, A_{eff} : 有効面積
 ϑ : Half Power Radius (HPR) as PSF
 N_b : 雑音
 T : 観測時間

上式は線形画像に基づく。

- 信号源と雑音源は干渉しない
- PSFと視野が厳密に定義可能

N_b, N_s は独立、どちらも1事象で画素1ピクセルのカウントのみを増やす

★ 信号源 ☺ 雑音源



- 1事象で複数の画素に影響、
- 画素数が散乱角で変化。
- 視野の定義が困難。
- PSFが不明確、視野程度の広がり？

このように線形画像のS/Nの公式に基づく感度計算がCCには使えない。

非線形画像の場合、汎用的はS/N計算式は作れないのでは？（解析的に解けないため、逆問題の不安定性）

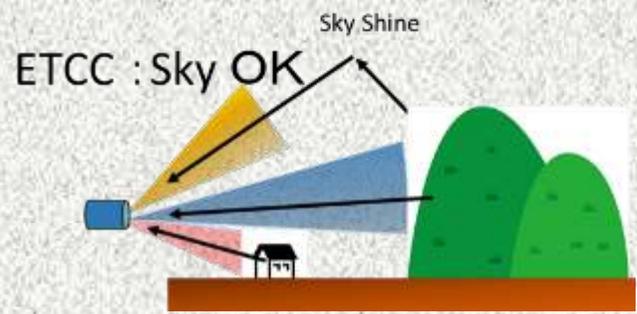
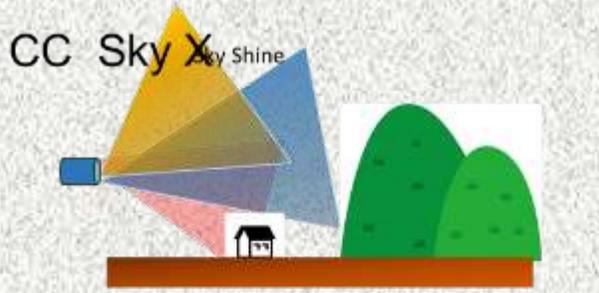
福島除染： ETCCによる定量的イメージング分光の実現(2017年)

Tomono et al., (2017), Scientific Reports

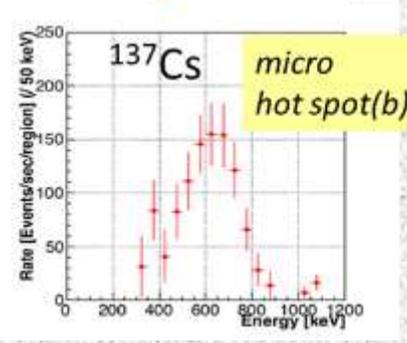
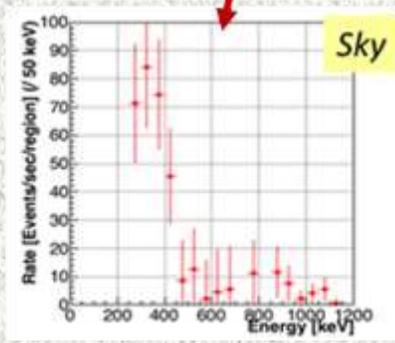
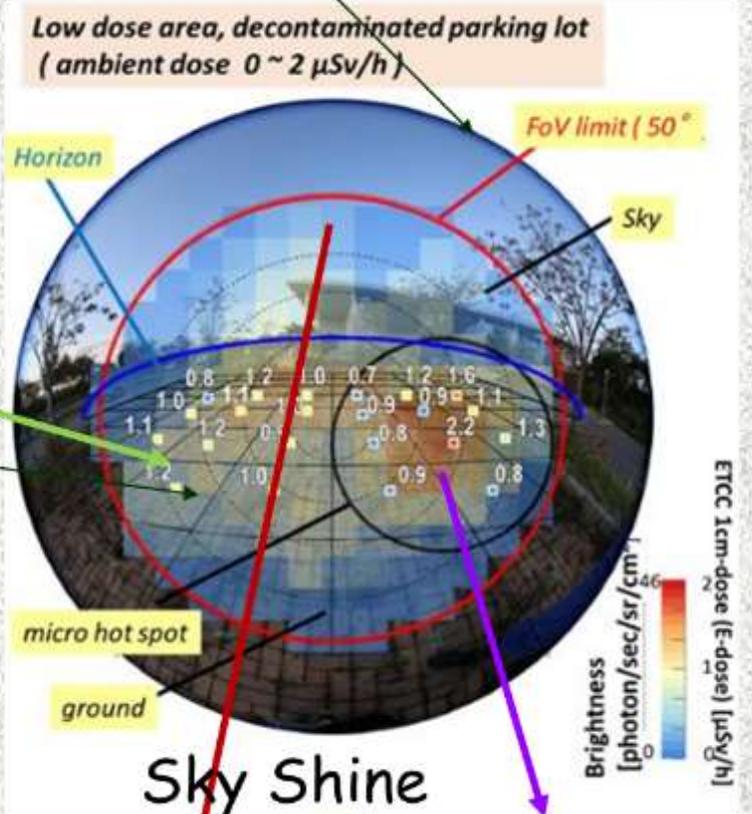
除染でCCの問題点が顕著になる。

- 遠方(数10.m以上先)が見えない
- 放射能の分布が不明 (Csが空にも見える)
- 強い箇所しか見えない (ホットスポット)
- 線量の定量性が不明

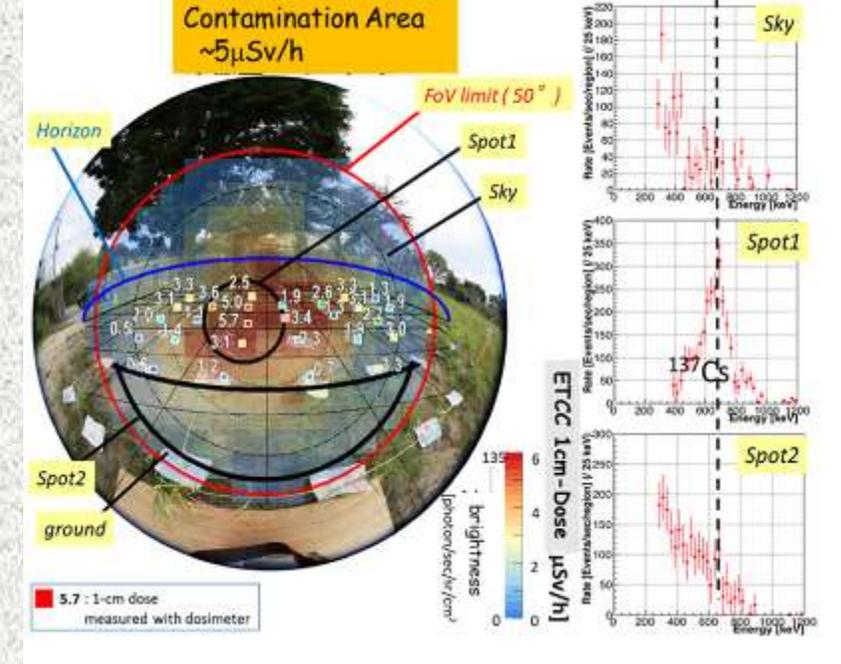
現在、“ホットスポットカメラ”で販売



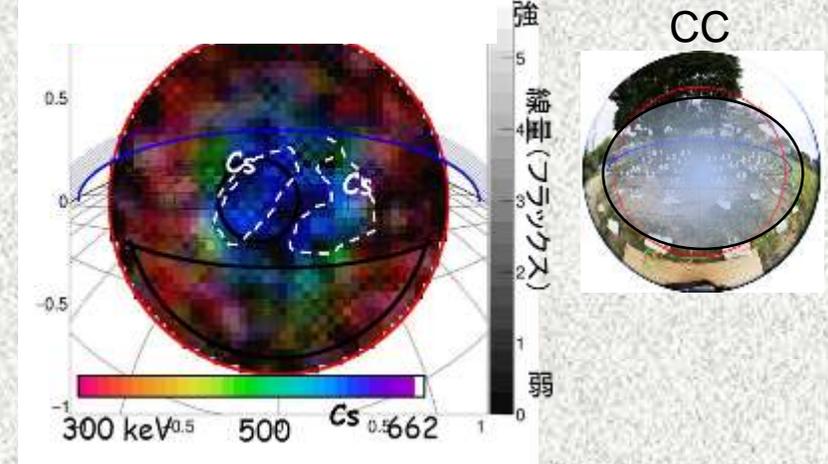
旧型10cm角小型 ETCC(2015)



ETCCによる地表線量マップ



ETCC γ線カラー画像



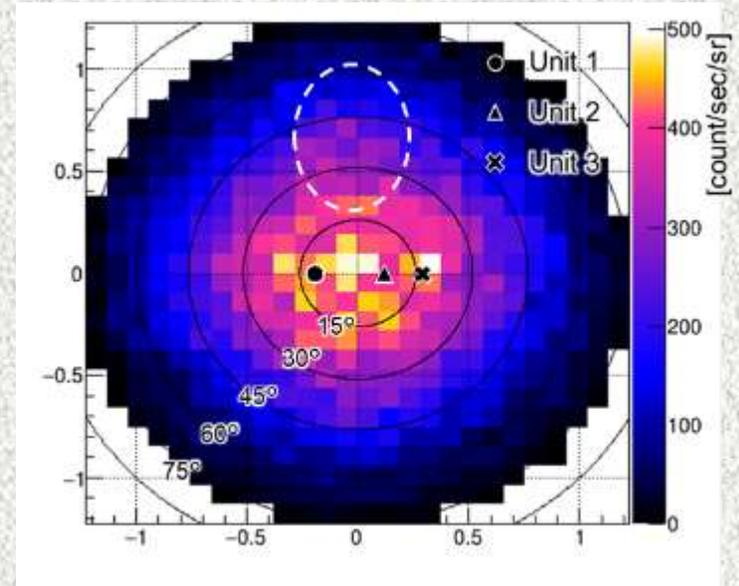
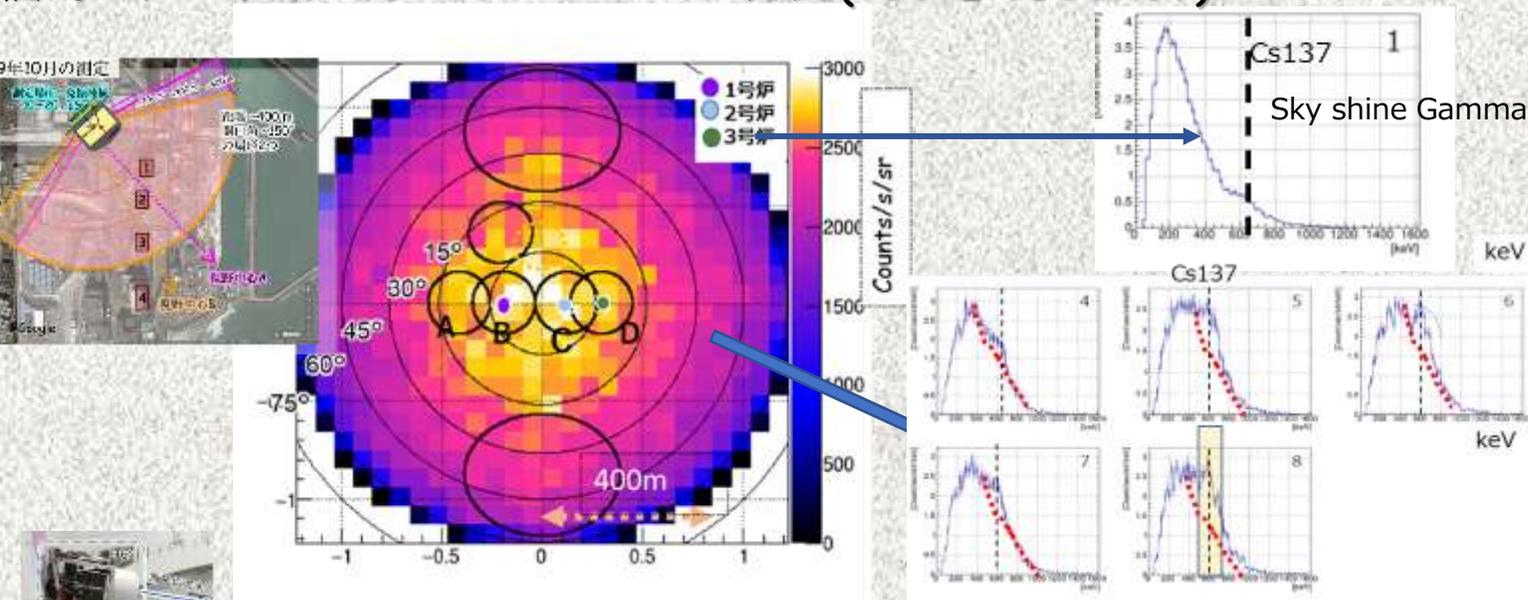
CC



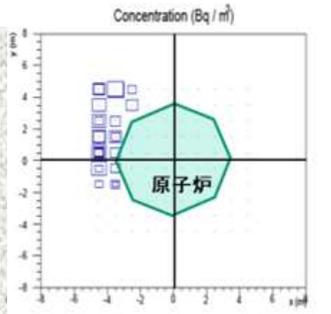
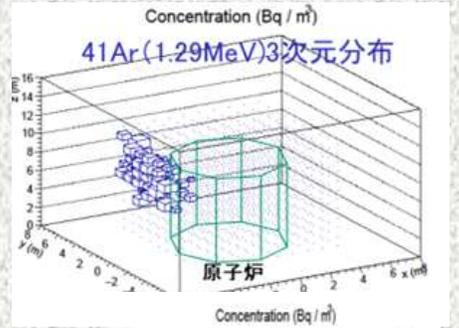
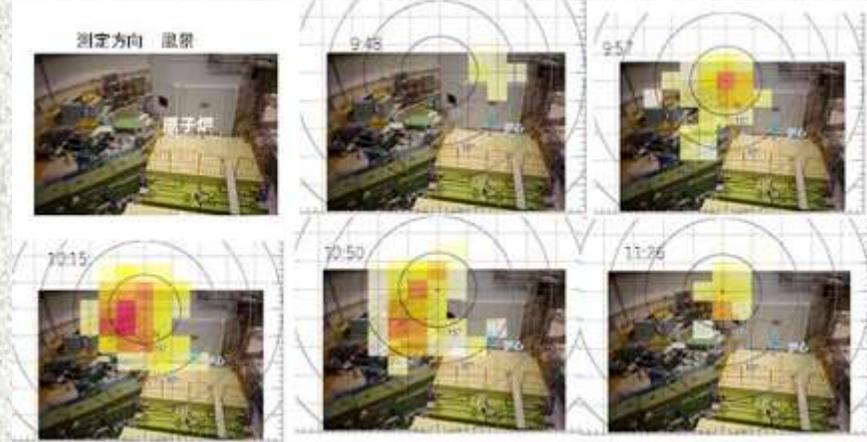
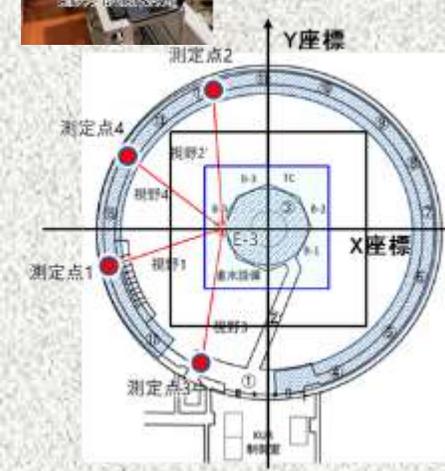
原子力・廃炉への応用（広域、高線量、3次元撮像の実現）

福島 1F 1.km四方のイメージング分光(100<E<1600keV)

662keV強度分布570keV < E < 670 keV



2021年京大複合研での法定線量以下の微量Ar-41の拡散を捉えた動画+3D



ETCC医療画像への有効性(微量線量、高線量)

医療用画像層 PET SPECT 共に線形画像撮像

医療での応用にはPET, SPECT同等またはそれ以上の線形性が必要。

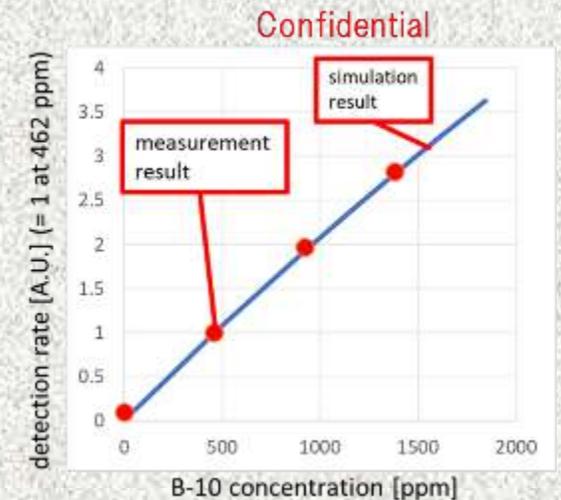
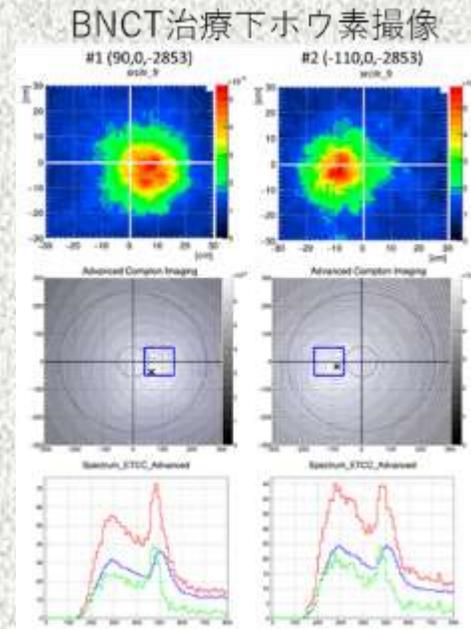
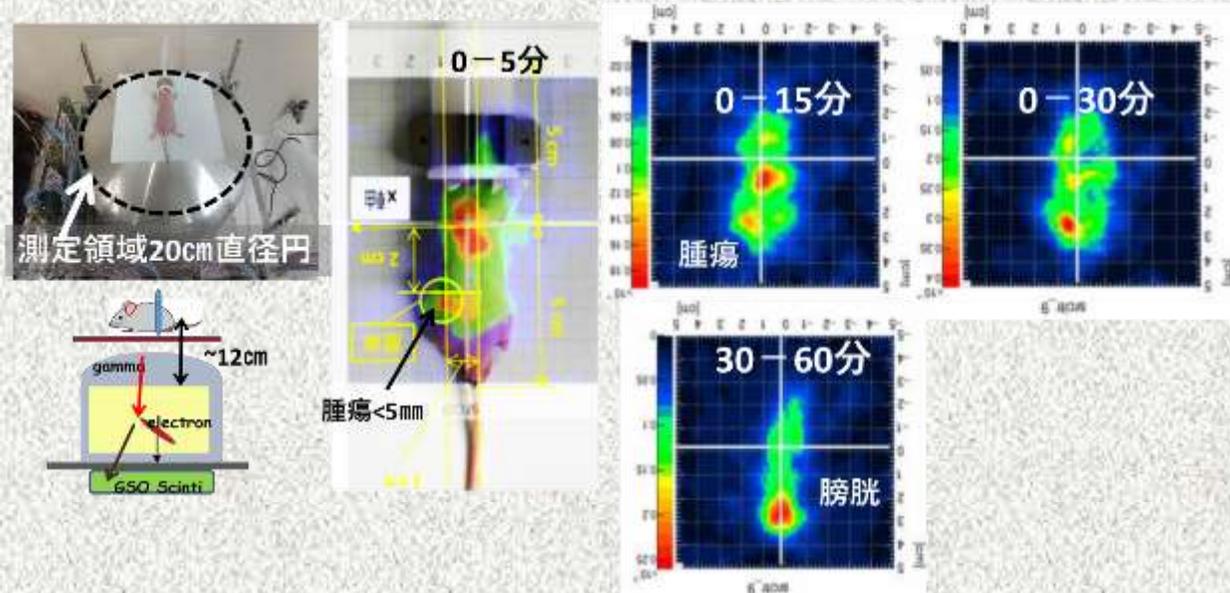
2022年 人体診断に対応可能な20cmφETCC (Ar gas)によるマウスの分子イメージング

ETCC: PET以上の線形性 (大半のエネルギーのRI撮像)
+ 高い雑音分離能力 (1桁低いRI投与量)
+ 広視野撮像
を生かした新しい医療画像診断を目指している。

^{18}F -FDG 1~2MBq投与 5分撮像で腫瘍検出。
小動物PET同等な画像を片面測定で取得(数mm腫瘍)

CT画像と重ねなくても動物の体形が取れる

BNCT治療環境下($10^8\text{n/cm}^2\text{s}$)でのファントム撮像

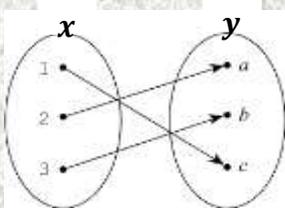


J-BEAM社共同研究のデータ

ここから非線形も含めた写像一般論（主に池田氏解析）

応答 A 、測定対象 x 、観測データが y のとき、画像解析： y と A から x を求める⇒逆問題

線形画像



$$Ax = y$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

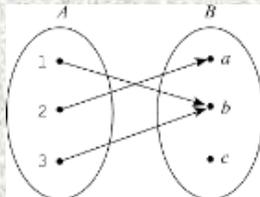
線形画像（全単射）：

$A(m.n)$ は正則行列で解析的に逆行列が求まる。
対角化できる。

非線形画像：

解析的に A は決まらない。

非線形画像



- 一般的に上の方程式は完全に解けない(観測データは誤差を持っているor不足決定系、過剰決定系)ので、最小2乗解を求める

最小2乗解は、最大尤度法のノイズがガウス分布に従う場合と同等

$$\min \|y - Ax\|$$

解は存在していたとしても、~~誤差の変動~~によって安定にならないことがある⇒非適切問題

一般的な非適切問題を適切問題に近似して解いていく方法⇒正則化法

Compton Cameraの逆問題を解いてみる

$$\iint R(x, y, p, q) F(x, y) dx dy = N(p, q)$$

検出器の応答 $R(x, y, p, q)$ 観測されたデータ $N(p, q)$
 求めたい変数 x ソースの位置 (x, y) は実数

積分方程式が解けない時は、連立方程式で近似

$$\sum_i \sum_j R(x_i, y_j, p_l, q_m) F(x_i, y_j) \Delta x \Delta y = N(p_l, q_m)$$

当たり前だが、どれだけ細かく区切れるかが検出器の応答 R によって決まる

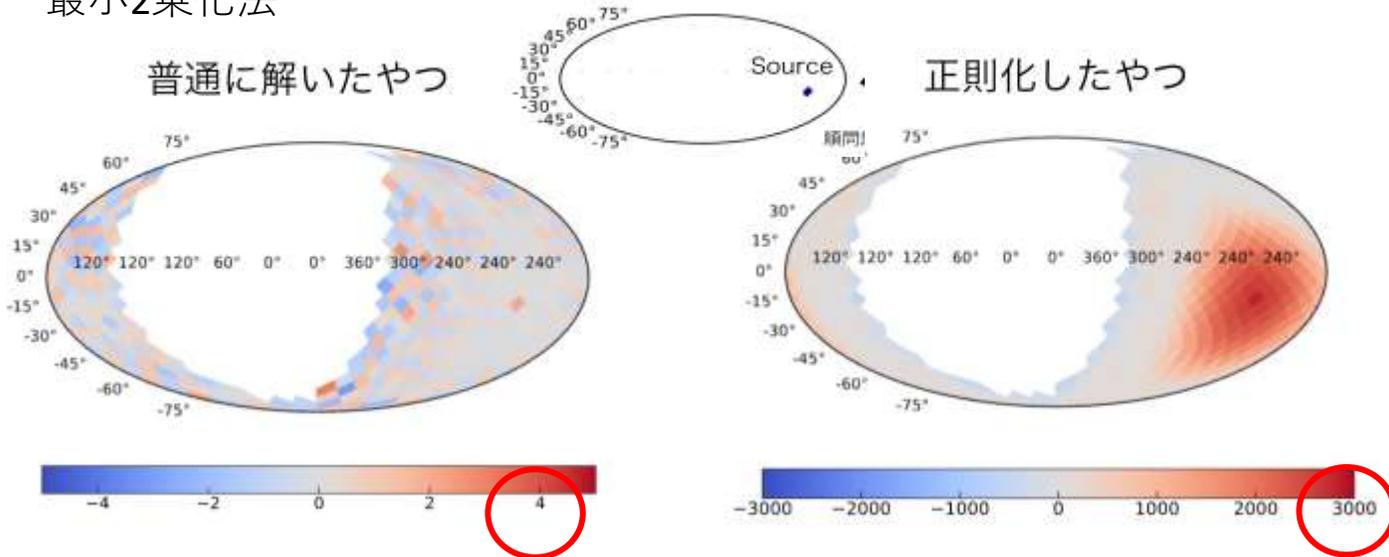
- 「イメージングする」はこの逆問題を解いて、 $F(x_i, y_j)$ を求めること
- しかし、ピンの区切り方には任意性がある

$\Delta x \Delta y$ の細分化を適切に行わないと安定した解が得られない。

ARM2度をPSFとした場合、天球面（半球）は約800ピクセル
 最小2乗化法でしか解けない。

全ピクセル数に合わせるため自由度の非常に大きな多項式になる。
 全データ点をフィットとする発散的振動関数になる。⇒非適切な解となる。

有意度のマップの比較(所謂、t値: $x/\text{Var}[x]$)
 最小2乗化法 真のイメージ CCで点源を解く

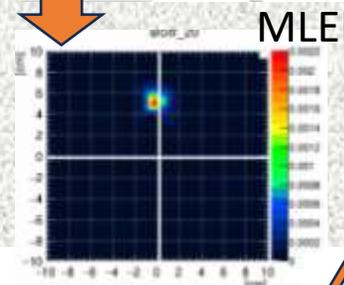
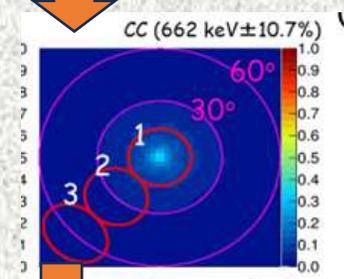
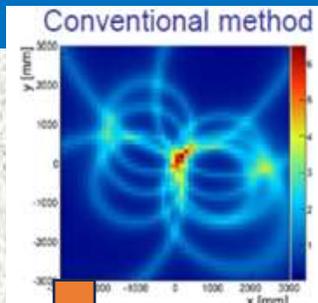


意味のある安定解を得るため線形に近似可能な $\Delta x \Delta y$ に分解能を下げる

⇒正則化

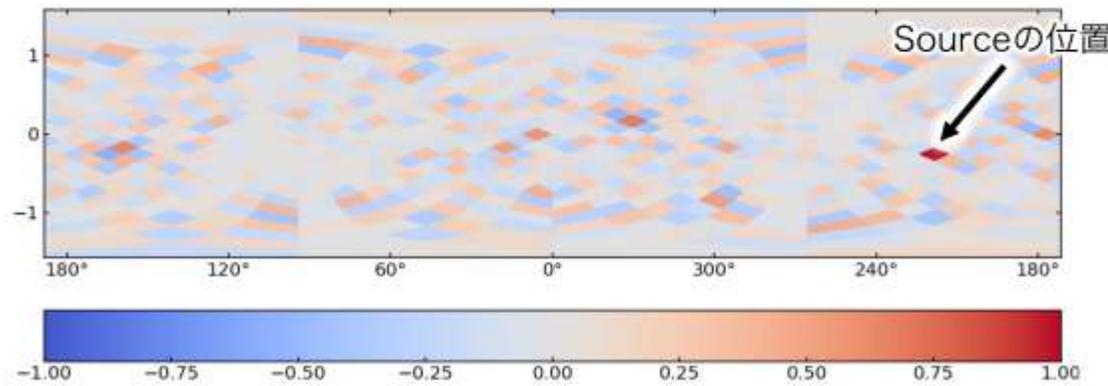
当然、線形画像の定義のPSFに近い分解能、つまりCompton散乱角 ϕ 程度の精度しかでない。

Maximum Likelihood Expectation Maximization (MLEM)法は使えるのか？



Iterationを増やせば
最小二乗解へ

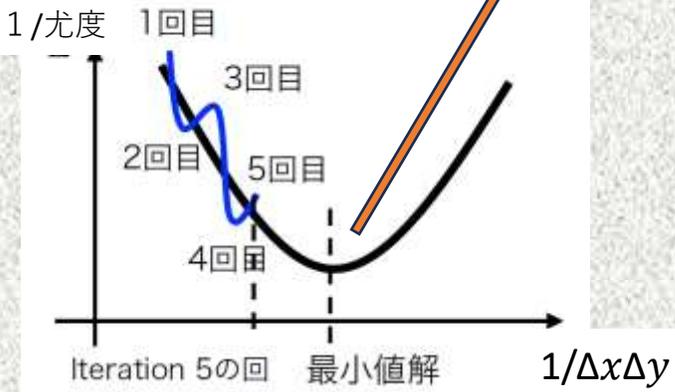
• 最小の最小二乗解は、



ソースの周りだけ見ると一見解けているように見えるが、他のピクセルの解は0になっていない→明らかに不適切問題

条件数としては、**2465449** ⇒正則化すれば **123000**

推定量 x の有意度は非常に低い

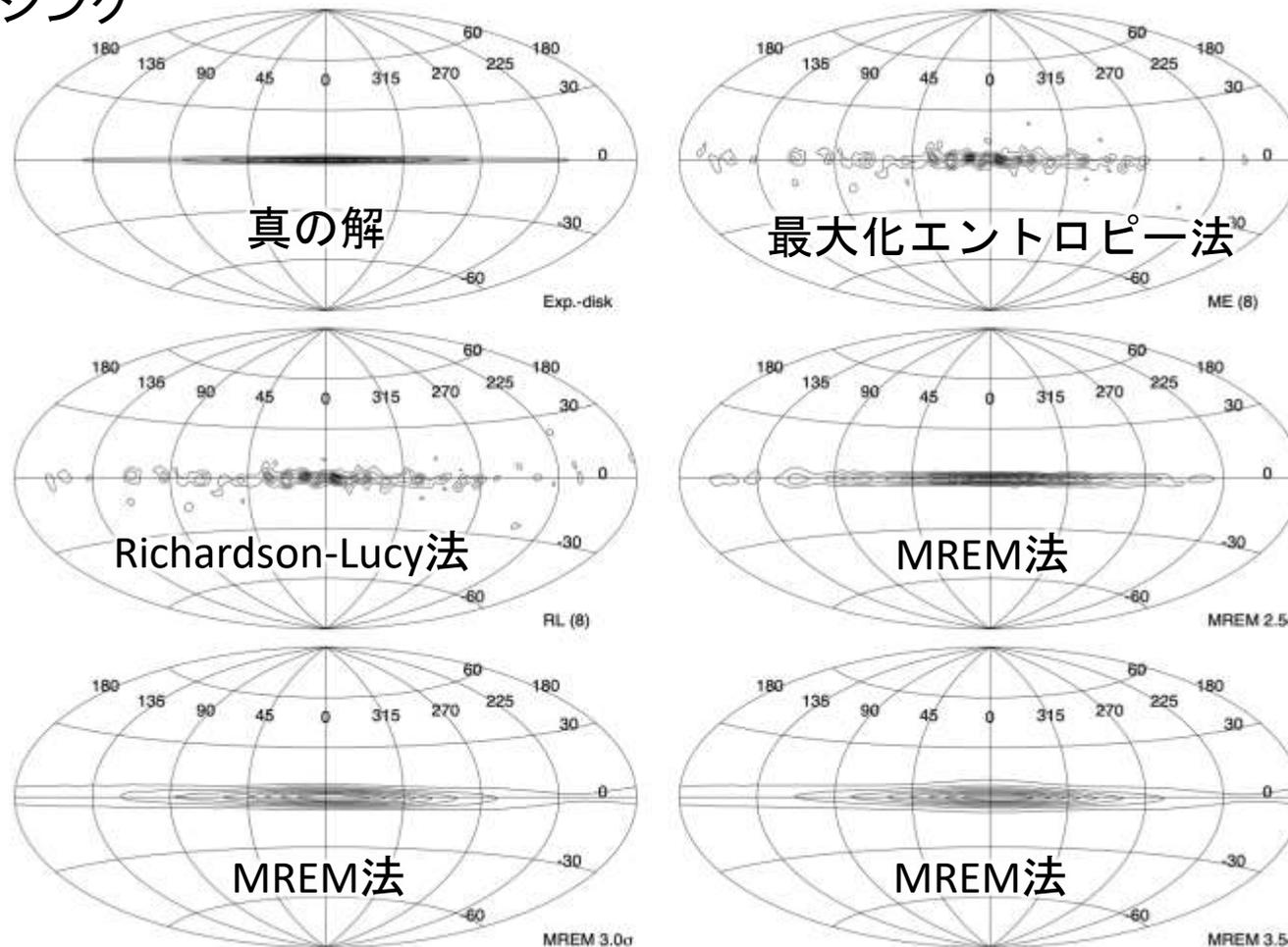


条件数 その問題がどれだけ数値解析に適しているかを表す。条件数が小さい問題は「良条件 (well-conditioned)」であり、条件数が大きい問題は「悪条件 (ill-conditioned)」である。(Wikiより要約)

COMPTTELでも正則化を指摘：Knodlseder+, 1999

てかまあこの論文に、解の選び方のヤバさは書いてある

^{26}Al のイメージング

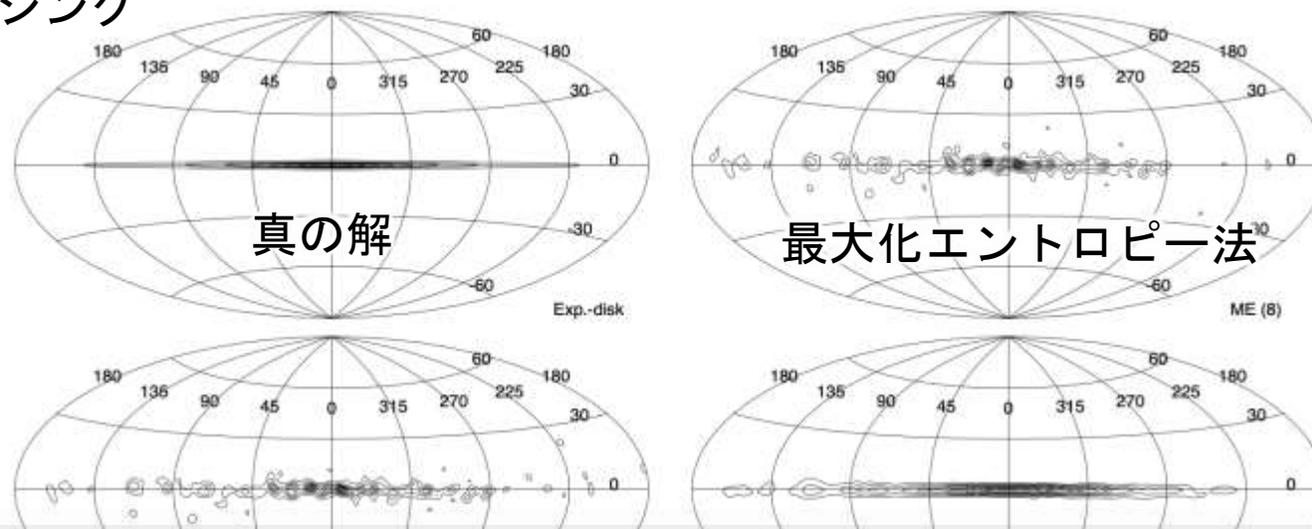


MERM:正則化に
近い手法

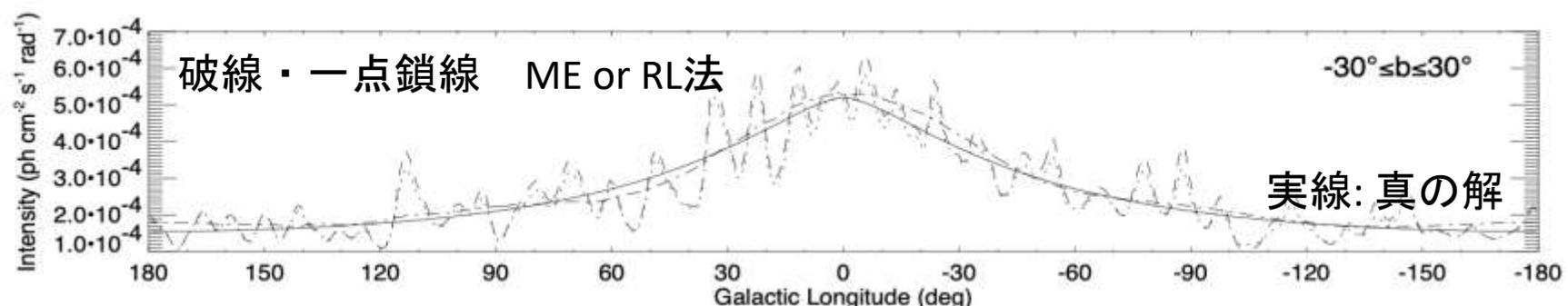
COMPTELでも正則化を指摘：Knodlseder+, 1999

てかまあこの論文に、解の選び方のヤバさは書いてある

^{26}Al のイメージング



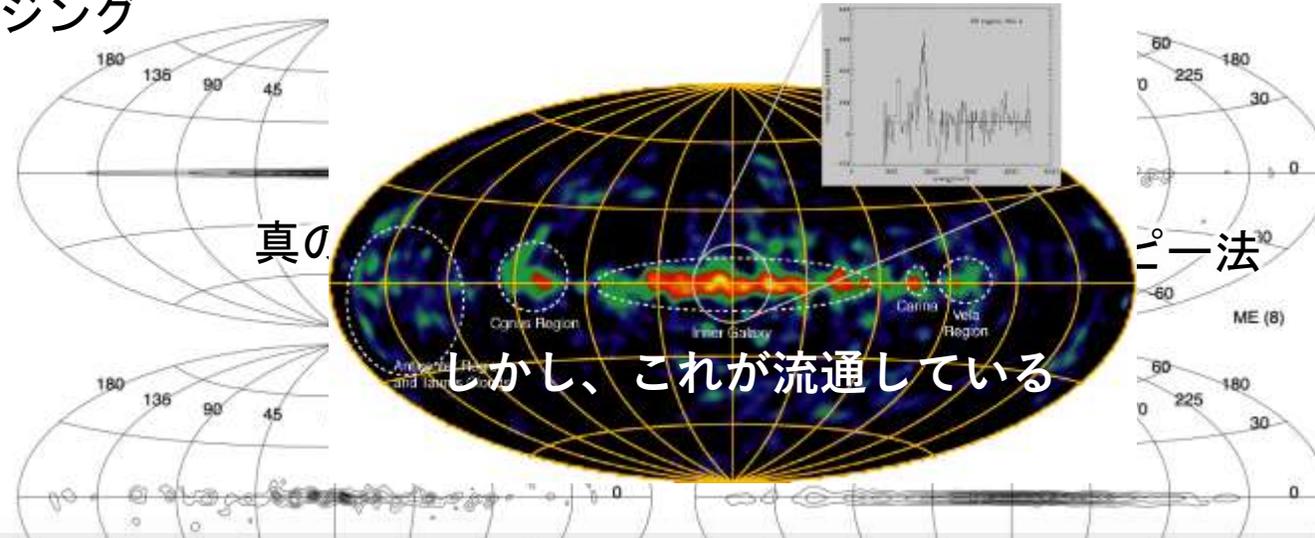
MERM:正則化に近い手法



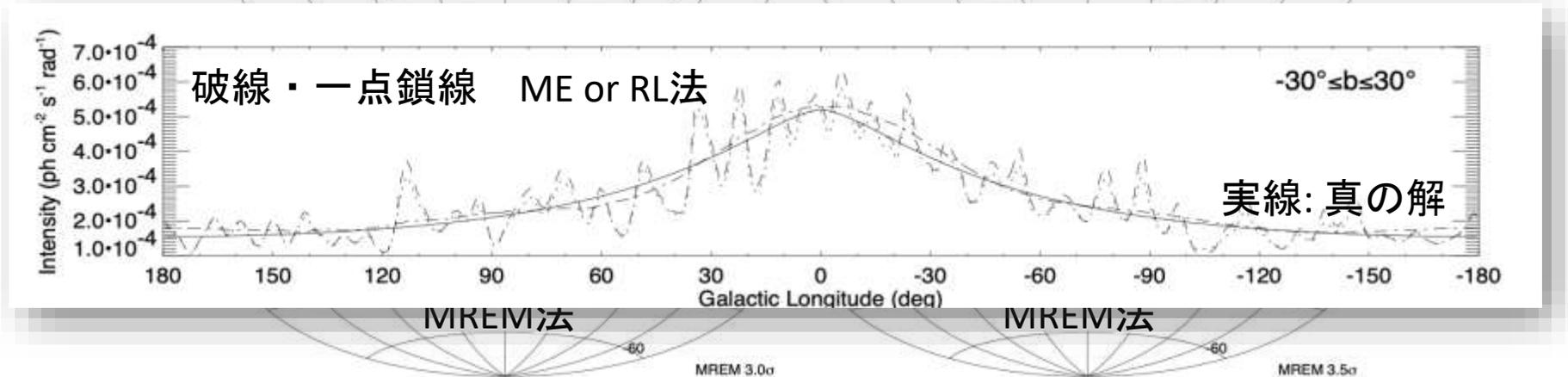
COMPTELでも正則化を指摘：Knodlseder+, 1999

てかまあこの論文に、解の選び方のヤバさは書いてある

^{26}Al のイメージング



MERM:正則化に近い手法

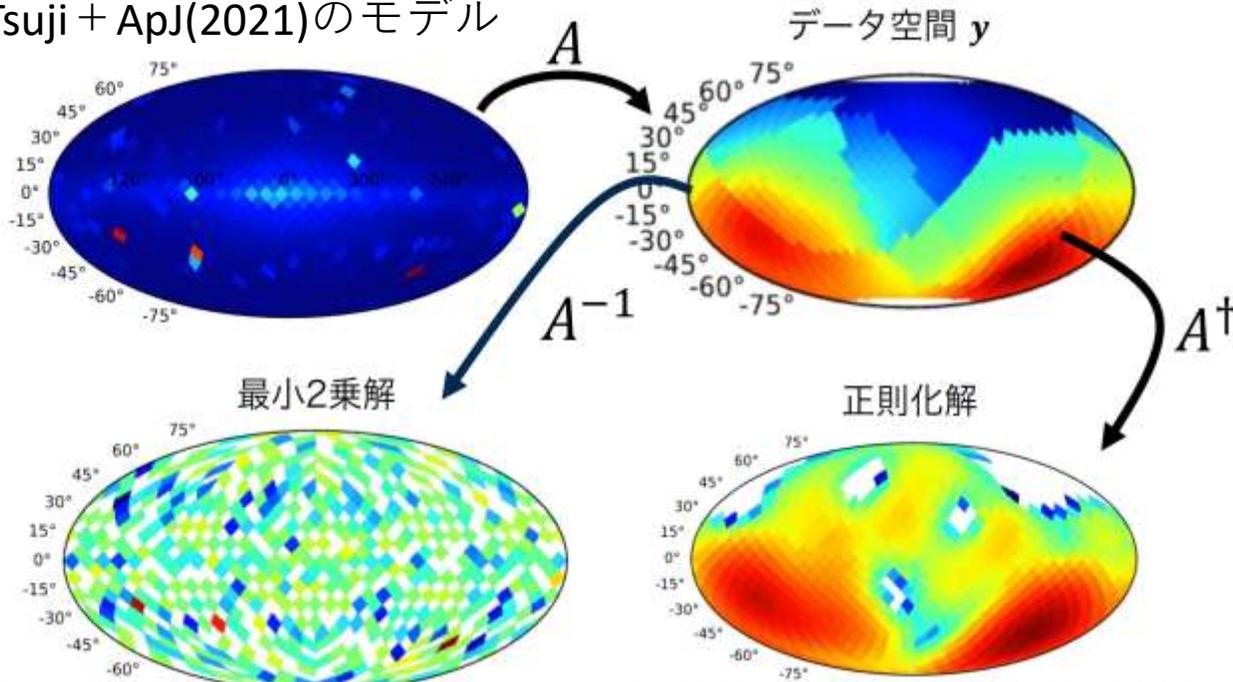


宇宙観測データに近い場合は？

現実に近い逆問題

- 同じく、誤差0.01%(ありえないが)で観測できたとして

Tsuji + ApJ(2021)のモデル



CC法で宇宙MeVガンマ線分布は測定可能か？

宇宙MeVガンマ線の実際

- MeVは宇宙背景放射および銀河面放射の2つ Diffuseが天体より圧倒的に強い。
- 更に雑音 γ 線が上記宇宙 γ より2桁以上強い。

CCでは宇宙Mガンマ線は原子力、医療よりも最も非線形性が強くでる感じ。

対策、

1. 真のPSF：コンプトン散乱角を小さくする。
=> COMPTEL COSI共に採用
しかし、有効面積が1桁以上減少。
2. 且つ雑音ガンマ線を抑える
COMPTEL：TOF COSI:大型VETO の採用
どちらも検出効率を下げる

**1も2も従来CC法のメリットとは真逆の方向。
但し非線形を小さくする方向で当然の結果。**

写像原理に基づくCCの感度計算

最近のCCの提案書等：

ARMをPSFとし線形画像の感度式を使う

一方、10年前まで

ACT, GLISP, COSI等、ARMを記載、但し感度を求める手法の記述がない

the Handbook of X-ray and Gamma-ray Astrophysics

Compton Telescopes for Gamma-ray Astrophysics(arXiv:2208.07819)

5.2 Sensitivity

The most impactful performance characteristic of a Compton telescope is its sensitivity (see Figure 1). It is equivalent to the lowest source flux detectable and is derived from the standard way of calculating detection significance. The sensitivity of a telescope is given by [93, 94]:

$$F_{min}(E) = \frac{n\sqrt{N_S + N_B}}{A_{eff}T_{obs}} = \frac{n^2 + n\sqrt{n^2 + 4N_B}}{2A_{eff}T_{obs}} \quad (30)$$

where n is the detection significance (typically chosen to be 3 or 5σ), N_S is the number of source photons detected, N_B is the number of background photons, A_{eff} is the effective area, and T_{obs} is the observation time.

AMEGO-X、GRAMS、e-ASTROGAMなど近年の提案はすべて明確にARMをeffective PSFとしている

CCの写像は完全な非適切問題。

空間のビンサイズをARMにした場合完全に不安定解となる。

測定誤差、雑音に大きく影響され有意な結果は困難。感度の定式化は困難、

MLEM等のエントロピー最適化法でもこの原理的問題は解決しない。操作する人の希望する空間幅での最適画像をだしてくれるだけ。

正則化により安定解が可能な空間幅は求まる。

PSFはコンプトン散乱角 θ 程度（ ~ 90 度）

感度はARMの計算より数10倍悪くなる

宇宙は非常に高雑音であり最も非線形性の強い状態
⇒線形を仮定した一般式では感度推定は困難。

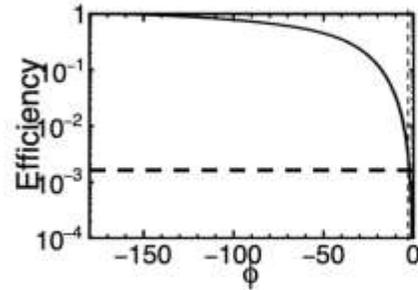
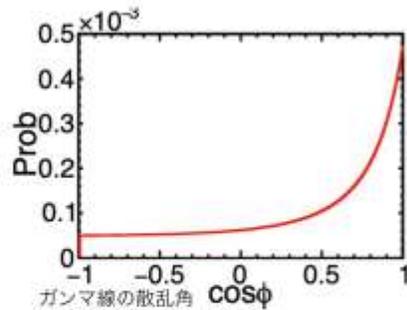
雑音モデル、信号モデルを作りシミュレーションと測定データの比較から感度を求める以外にはないのでは？

写像原理に基づくCCの感度計算

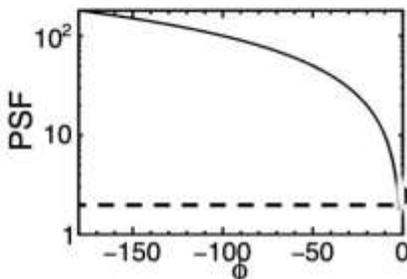
最近のCCの提案書等：

Compton Camera でPSF2度を得るに(1MeVγ)

- CCカメラでも、PSF2度で測定はできる(効率を多大に犠牲にすればの話)



Compton散乱角 ϕ



ガンマ線の散乱角を大体3度に制限すればPSF2度はできる
効率は3桁犠牲にするが...

点源感度計算でARMを使っている実験の図を見たときは、おおよそそれよりも1-2桁は感度が悪くなると思っていた方がよい

AMEGO-X、GRAMS、e-ASTROGAMなど近年の提案はすべて明確にARMをeffective PSFとしている

CCの写像は完全な非適切問題。

空間のビンサイズをARMにした場合完全に不安定解となる。

測定誤差、雑音に大きく影響され有意な結果は困難。
感度の定式化は困難、

MLEM等のエントロピー最適化法でもこの原理的問題は解決しない。操作する人の希望する空間幅での最適画像をだしてくれるだけ。

正則化により安定解が可能な空間幅は求まる。

PSFはコンプトン散乱角 θ 程度 (~ 90 度)

感度はARMの計算より数10倍悪くなる

宇宙は非常に高雑音であり最も非線形性の強い状態
⇒線形を仮定した一般式では感度推定は困難。

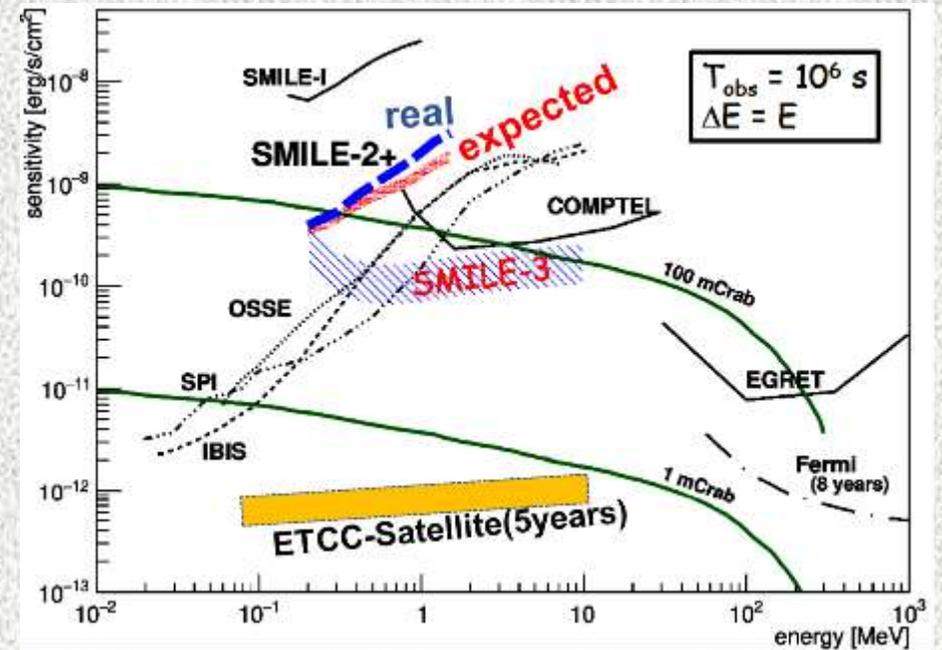
雑音モデル、信号モデルを作りシミュレーションと測定データの比較から感度を求める以外にはないのでは？

まとめ

- MeVガンマ線も他波長と同じ線形画像に基づく撮像法が絶対に必要（当然な帰結）
- **非線形画像は当然リスクは必然的に大きい**（不安定性、信頼性の欠如）
- 特にMeV領域は雑音 γ 線、宇宙拡散ガンマ線が強く非線形画像手法の適応が最も難しいはず。
⇒線形画像法が本当に必要な分野

- 線形画像なら高雑音場、高線量場でもある精度で性能予想が可能、
⇒MeVガンマ線天文学は高エネルギー天文学で最も高感度な宇宙観測（サブミリCrabの全天観測）が短時間で実現可能。

原子力・環境、医療等 γ 線関連分野でも実用的な予想が可能となり、革新的発展が期待



天体MeVガンマ数は多い。~1000倍のGeVガンマ。数度のPSFと完全なBG除去が実現した場合、有効面積100cm²の小検出器でもサブmCrabを達成

PSFとは

- 線形画像 無限遠点源の画像上の広がり (定義A) = 1光線の光源がある実空間の範囲 (定義B)
この2つの定義が同時に成り立つ (線形性、全単射)

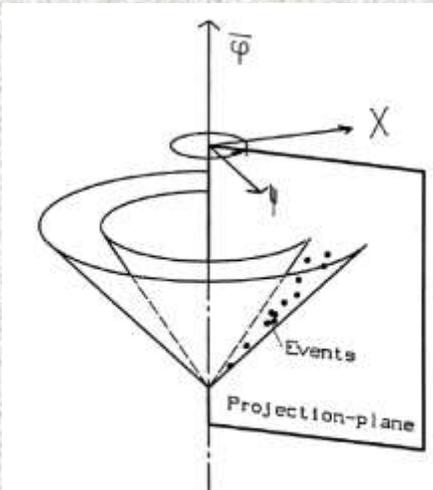
COMPTEL 3D-PSF in Compton Data 空間

点源からのガンマ線のData空間の広がり \neq 1ガンマ線の実空間の広がり (Compton円環)

実際の天体観測では定義Bを用いてデータから発生天体を決定。

定義Bを用いるとC.CのPSFは
PSF~コンプトン散乱角 ϕ
このPSFは実空間のCCのPSFにも対応。

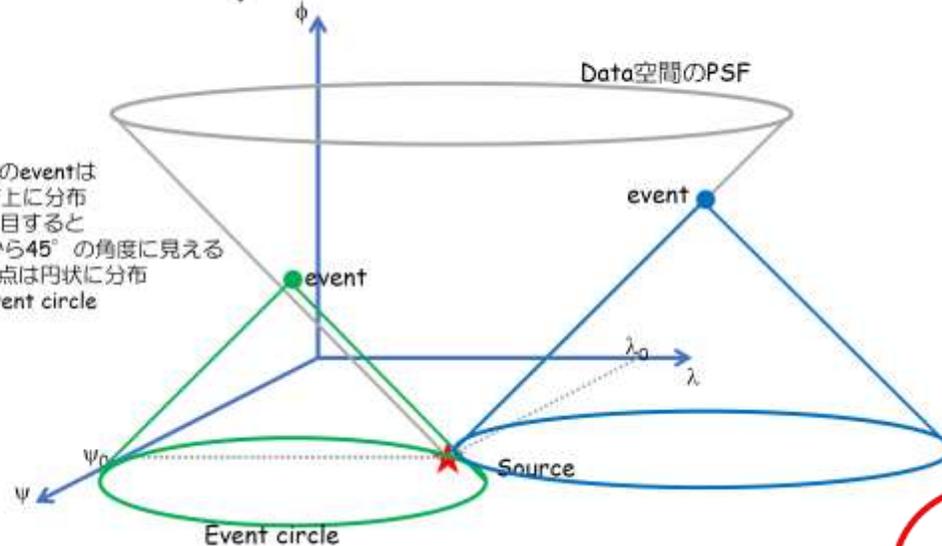
Scattering angle $\theta = \phi$



20150403資料

COMPTEL data spaceとevent circle

- Source由来のeventは円錐型のPSF上に分布
- 1 eventに着目するとevent dataから45°の角度に見える $\phi=0$ 平面上の点は円状に分布 \Rightarrow event circle



1ガンマ線の実空間の広がり

